Číselné obory

1. Přirozená čísla – vyjadřují počet …. 1,2,3,……
2. Celá čísla
    - Kladná:
    - nula
    - Záporná:

   Kladná + nula = nezáporná čísla

   Celá čísla = přirozená + nula + záporná celá

3. Racionální čísla = celá čísla + zlomky + desetinná čísla
4. Iracionální čísla = čísla, která nelze zapsat konečným desetinným rozvojem (např. $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi$ ...)
5. Reálná čísla = racionální + iracionální čísla (celá číselná osa)

Dělitelnost

1. Dělitel: Říkáme, že číslo b je dělitelem čísla a, pokud dělení čísla a číslem b vyjde beze zbytku. To znamená také: číslo b dělí číslo a.
2. Násobek: Říkáme, že číslo a je násobkem čísla b, pokud dělení čísla a číslem b vyjde beze zbytku.
3. Jestliže jsou dva sčítance dělitelné daným číslem, je tímto číslem dělitelný i jejich součet. To platí pro jakýkoli počet sčítanců. Je-li každý sčítanec dělitelný stejným číslem, je tímto číslem dělitelný i jejich součet.
   Př. 16 + 4 + 8 = 28 ….. čísla 16, 4, 28 jsou dělitelná 4, proto je dělitelný 4 i jejich součet. Číslo 28 je dělitelné 4
4. Jestliže jsou dvě čísla dělitelná daným číslem, je tímto číslem dělitelný i jejich rozdíl.
5. Jestliže je v součinu dvou čísel alespoň jedno z čísel dělitelné daným číslem, je tímto číslem dělitelný i jejich součin.
6. Znaky dělitelnosti:
   - Číslo je dělitelné 2, jeli sudé (na místě jednotek se nachází číslice 0,2,4,6,8)
   - Číslo je dělitelné 3, jeli jeho ciferný součet dělitelný 3
   - Číslo je dělitelné 4, jeli jeho poslední dvojčíslí dělitelné 4
   - Číslo je dělitelné 5, jeli na místě jednotek číslice 0 nebo 5
   - Číslo je dělitelné 6, jeli dělitelné 2 a 3 zároveň (je sudé a zároveň jeho ciferný součet je dělitelný 3)
   - Číslo je dělitelné 8, jeli jeho poslední trojčíslí dělitelné 8
   - Číslo je dělitelné 9, jeli jeho ciferný součet dělitelný 9
   - Číslo je dělitelné 10, jeli na místě jednotek 0
   - Číslo je dělitelné 11, platí-li, že součet číslic na sudých a lichých řádech se rovná
7. Prvočíslo je číslo, které má právě dva dělitele (1 a samo sebe)
8. Číslo složené je číslo, které má alespoň 3 dělitele
9. Největší společný dělitel –
10. Čísla soudělná – čísla, která mají alespoň dva společné dělitele
11. Čísla nesoudělná – čísla, která mají právě jednoho společného dělitele – číslo 1
12. Největší společný dělitel je největší číslo, kterým jsou současně dělitelná daná čísla.
13. Nejmenší společný násobek je nejmenší číslo, které je dělitelné všemi danými čísly

ROZKLAD SLOŽENÉHO ČÍSLA NA PRVOČINITELE - dané číslo dělíme postupně pouze prvočísly

630	2
315	5
63	3
21	3
7	7
1	

Úhel

1. Definice: Úhel je část roviny, která je vymezená dvěma polopřímkami (rameny úhlu).
2. Dělen úhlů:
    - Konvexní
        - Ostrý – menší než 90^{o}
        - Pravý - 90^{o}
        - Tupý - 90^{o} - 180^{o}
        - Přímý - 180^{o}
    - Nekonvexní (vypuklý) – 180 – 360
3. Vedlejší úhly
    - Mají jedno společné rameno
    - Zbývající ramena jsou opačné polopřímky
    - Součet vedlejších úhlů je 180
4. Vrcholové úhly
    - Jejich ramena jsou opačné polopřímky
    - Mají společný vrchol
    - Jejich velikosti se rovnají
5. Souhlasné úhly
    - Úhly mezi dvěma rovnoběžkami, které jsou proťaté příčkou
    - Leží ve stejné polorovině, která je ohraničena příčkou
    - Jejich velikosti se rovnají
6. Střídavé úhly
    - Úhly mezi rovnoběžkami, které jsou proťaté příčkou
    - Leží v opačných polorovinách, které jsou ohraničené příčkou
    - Jejich velikosti se rovnají
7. Operace s úhly
    - Převod stupňů na minuty : $1^{o} = 60´$, $1´ = 60´´$ (úhlových vteřin)

      $5^{o}12´ = 5 . 60´ + 12 = 300´ + 12´ = 312´$
    - Převod minut na stupně: $568´ = 9^{o}28´$ Výpočet : 568 : 60 = 9, zbytek 28´
    - Součet: $54^{o}24´ + 28^{o}42´ = 82^{o}66´ = 82^{o} + 1^{o}\,6´ = 83^{o}\,6´$ (sčítáme zvlášť stupně a minuty)
    - Rozdíl:
    - Součin
    - Podíl

Trojúhelník

1. Trojúhelníková nerovnost: součet délek dvou stran trojúhelníku je větší než délka strany třetí.
2. Součet vnitřních úhlů v trojúhelníku je roven 180

3. Součet vnějších úhlů v trojúhelníku je roven 360
4. Vnější úhel trojúhelníku je vedlejší úhel k úhlu vnitřnímu (jejich součet je 180)
5. Výška v trojúhelníku je kolmice z vrcholu na protější stranu trojúhelníka
    - Průsečík výšek leží
        - V ostroúhlém trojúhelníku – uvnitř trojúhelníka
        - V pravoúhlém trojúhelníku – ve vrcholu pravého úhlu
        - V tupoúhlém trojúhelníku – vně trojúhelníka
6. Těžnice je úsečka, která spojuje vrchol a střed protější strany v trojúhelníku
    - Průsečík těžnic (těžiště) leží vždy uvnitř trojúhelníka
7. Střední příčka je úsečka, která spojuje středy dvou sousedních stran, je rovnoběžná se stranou třetí a její délka je ½ této strany.
8. Střed kružnic opsané trojúhelníku je průsečík os stran trojúhelníka
    - Leží
        - V ostroúhlém trojúhelníku – uvnitř trojúhelníka
        - V pravoúhlém trojúhelníku – ve středu přepony
        - V tupoúhlém trojúhelníku – vně trojúhelníka

9. Střed kružnice vepsané trojúhelníku je průsečík os úhlů trojúhelníku.
    - Leží vždy uvnitř trojúhelníka

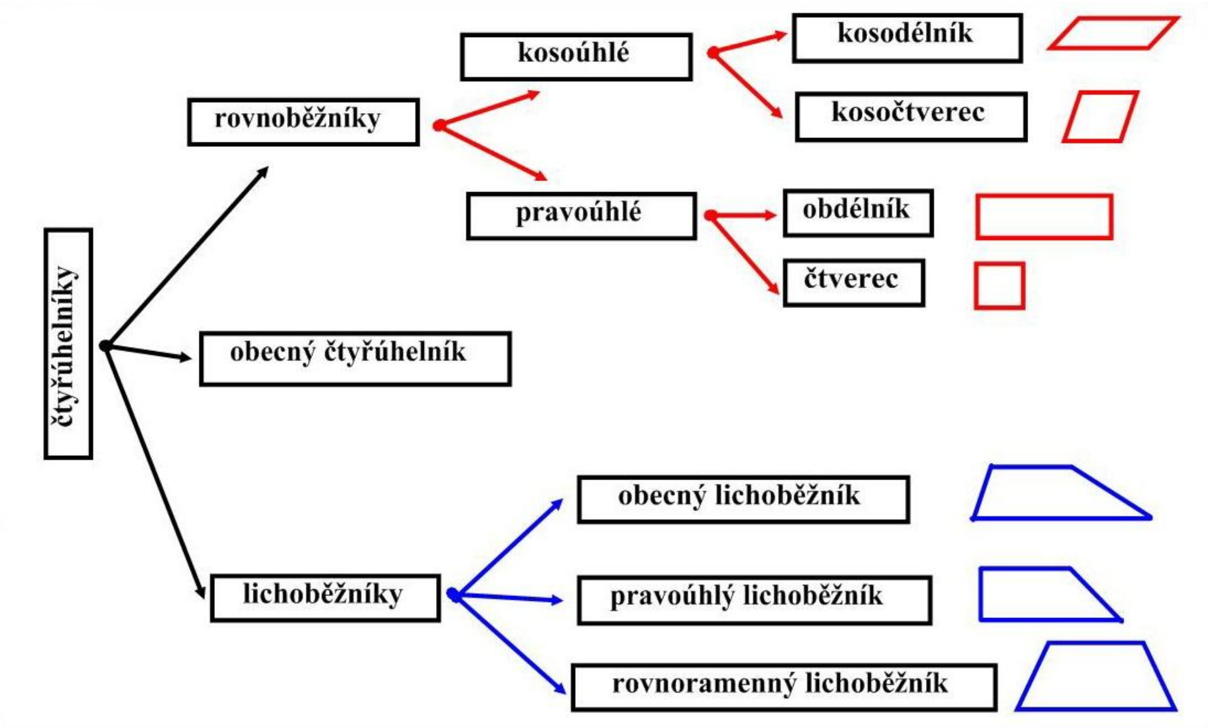
Dělení trojúhelníků

1. Podle velikosti úhlů
    - Ostroúhlý – všechny úhly jsou ostré
    - Pravoúhlý – jeden úhel pravý, zbývající dva ostré. Strana, která leží proto pravému úhlu = PŘEPONA, zbývající dvě strany (ramena pravého úhlu) = ODVĚSNY
    - Tupoúhlý – jeden úhel tupý, zbývající úhly jsou ostré
2. Podle velikosti stran
    - Obecný – strany mají různou délku
    - Rovnoramenný –
        - dvě strany jsou stejně dlouhé (ramena), zbývající strana se nazývá základna rovnoramenného trojúhelníku
        - úhly při základně jsou shodné
        - vlastnosti výšky spuštěné z vrchol na základnu rovnoramenného trojúhelníku
            - je kolmá na základnu rovnoramenného trojúhelníku
            - půlí základnu
            - je osou souměrnosti
            - půlí úhel při hlavním vrcholu
            - rozděluje rovnoramenný trojúhelník na dva shodné pravoúhlé trojúhelníky
            - leží na ní střed kružnice vepsané, střed kružnice opsané, průsečík výšek a těžiště trojúhelníku
    - Rovnostranný trojúhelník-
        - všechny strany jsou stejně dlouhé
        - všechny vnitřní úhly jsou shodné – mají velikost 60

- všechny vnější úhly jsou shodné – mají velikost 120
- střed kružnice opsané, střed kružnice vepsané, průsečík výšek a těžiště leží v jednom bodě
- výšky a těžnice jsou totožné úsečky

Čtyřúhelníky

1. Rozdělení čtyřúhelníků



2. Vlastnosti čtyřúhelníků

- **Obecný čtyřúhelník** má :
  - 4 vrcholy
  - 4 strany (libovolné)
  - 4 vnitřní úhly (jejich součet je 360 °)
  - 2 úhlopříčky (úhlopříčka je úsečka, která spojuje dva protější vrcholy čtyřúhelníku)
- **Rovnoběžníky**
  - **Kosoúhlé rovnoběžníky**
    - **Kosodélník**
      - Každé dvě protější strany jsou rovnoběžné a shodné
      - Úhlopříčky se navzájem půlí
    - **Kosočtverec**

            - Každé dvě protější strany jsou rovnoběžné
            - Všechny strany jsou shodné
            - Úhlopříčky se navzájem půlí a jsou na sebe kolmé
            - Úhlopříčky jsou osami souměrnosti
            - Úhlopříčky půlí úhel při vrcholu
    - **Pravoúhlé rovnoběžníky**
        - **Obdélník**
            - Každé dvě protější strany jsou rovnoběžné a shodné
            - Všechny úhly jsou pravé
            - Úhlopříčky se navzájem půlí a jsou shodné
            - Obdélníku lze opsat kružnici (střed kružnice je průsečík úhlopříček, poloměr je polovina úhlopříčky)
        - **Čtverec**
            - Všechny strany jsou shodné
            - Všechny úhly jsou pravé
            - Úhlopříčky se navzájem půlí, jsou shodné a jsou na sebe kolmé
            - Čtverci můžeme opsat kružnici (střed kružnice je průsečík úhlopříček, poloměr je polovina úhlopříčky)
            - Čtverci lze vepsat kružnici (střed kružnice je průsečík úhlopříček, poloměr je polovina strany čtverce)
- **Lichoběžníky**
    - **Obecný lichoběžník**
        - Dvě strany jsou rovnoběžné (základny)
        - Dvě strany jsou různoběžné (ramena)
    - **Rovnoramenný lichoběžník**
        - Ramena jsou shodné úsečky
        - Osa základen dělí rovnoramenný lichoběžník na dva shodné pravoúhlé lichoběžníky
        - Úhly při základně jsou shodné
        - Rovnoramennému lichoběžníku lze opsat kružnici (střed je průsečík os stran lichoběžníku)
    - **Pravoúhlý lichoběžník**
        - Jedno rameno je kolmé na obě základny

Geometrie v rovině

1. **Množiny bodů dané vlastnosti**

    - **Osa úsečky** je množina všech bodů v rovině, které mají stejnou vzdálenost od dvou daných bodů
    - **Kružnice** je množina všech bodů v rovině, které mají stejnou vzdálenost od daného bodu
    - **Pás rovnoběžek** je množina všech bodů v rovině, které mají stejnou vzdálenost od dané přímky
    - **Osa pásu rovnoběžek** je množina všech bodů v rovině, které mají stejnou vzdálenost od dvou rovnoběžek
    - **Osa úhlu** je množina všech bodů v rovině, které mají stejnou vzdálenost od dvou různoběžek
    - **Thaletova kružnice** je množina všech vrcholů pravých úhlů všech pravoúhlých trojúhelníků sestrojených nad průměrem AB, bez bodů A, B

2. **Vzájemná poloha dvou přímek v rovině**

    - **Rovnoběžky** (žádný společný bod, neprotínají se)
    - **Různoběžky** (mají 1 společný bod)
    - **Totožné přímky** (nekonečně mnoho společných bodů)

3. **Vzájemná poloha dvou přímek v prostoru**

    - **Totožné přímky** (nekonečně mnoho společných bodů)
    - **Různoběžné přímky** (1 společný bod)
    - **Mimoběžné přímky** (0 společných bodů)

4. **Vzájemná poloha přímky a kružnice**

    - **1 společný bod** – tečna (úsečka, kterou přímka vytíná na kružnici se nazývá tětiva.)
    - **2 společné body** – sečna
    - **0 společných bodů** – nesečna (vnější přímka)

5. **Vzájemná poloha dvou kružnic**

    - **0 společných bodů** – kružnice leží vně sebe nebo jedna uvnitř druhé

- **1 společný bod** – vnější dotyk , vnitřní dotyk
- **2 společné body** – kružnice se protínají
- **Zvláštní případ: MEZIKRUŽÍ** – kružnice mají různý poloměr a společný střed

6. Obsahy a obvody rovinných útvarů

- Čtverec : $S = a.a = a^2$, o=4a
- Obdélník: S = ab, o=2(a + b)
- Trojúhelník: $S = \frac{av_a}{2} = \frac{bv_b}{2} = \frac{cv_c}{2}$, o = a + b + c
- Kosočtverec: $S = av_a$, $S = \frac{u_{1u_2}}{2}$, o = 4a
- Kosodélník: $S = av_a = bv_b$, o=2(a + b)
- Lichoběžník: $S = \frac{(a+c)v}{2}$, o = a + b + c + d
- Kruh, kružnice: $S = \pi r^2$, o = 2πr = πd

7. Pythagorova věta

- Obsah čtverce sestrojeného nad přeponou pravoúhlého trojúhelníka je roven součtu obsahů čtverců sestrojených nad oběma odvěsnami.
- a,b ….. odvěsny, c …. přepona $a^2 + b^2 = c^2$
- obrácená Pythagorova věta: Platí-li pro trojúhelník ABC vztah $a^2 + b^2 = c^2$, pak je tento trojúhelník pravoúhlý s přeponou c a odvěsnami a,b.
- užití Pythagorovy věty:
    - v pravoúhlém trojúhelníku (výpočet odvěsny, přepony)
    - v rovinných obrazcích a tělesech (tam, kde je pravoúhlý trojúhelník)
    - v příkladech z běžného života (všude tam, kde se vyskytuje pravoúhlý trojúhelník)

8. Shodnost

- Věta sss (strana, strana, strana) – dva trojúhelníky jsou shodné, jestliže se shodují ve všech třech stranách (podmínka: musí platit trojúhelníková nerovnost)
- Věta sus (strana, úhel, strana) – dva trojúhelníky se shodují ve dvou stranách a úhlu jimi sevřeném (podmínka: velikost známého úhlu je menší než 180)
- Věta usu (úhel, strana, úhel) – dva trojúhelníky se shodují v jedné straně a úhlech k ní přilehlých (podmínka: součet dvou známých úhlů je menší než 180)
- Věta Ssu (nejdelší strana, strana, úhel) – dva trojúhelníky se shodují ve dvou stranách a úhlu , který leží proti nejdelší straně (podmínka: úhel je menší než 180)

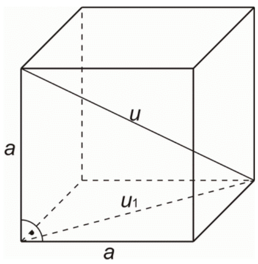
9. Podobnost

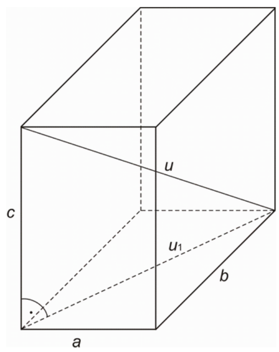
- Věta sss (strana, strana, strana) – každé dva trojúhelníky, které mají sobě rovné poměry délek všech tří dvojic odpovídajících si stran, jsou podobné.
- Věta sus (strana, úhel, strana) - Každé dva trojúhelníky, které mají sobě rovné poměry délek dvou dvojic odpovídajících si stran a shodují se v úhlu jii sevřeném, jsou podobné.
- Věta uu (úhel, úhel) – Každé dva trojúhelníky, které se shodují ve dvou úhlech, jsou podobné
- Koeficient podobnosti - k– poměr délek dvou odpovídajících si stran (vždy kladné číslo)
    - $k < 1$ …. Zmenšení
    - $k = 1$ … shodnost
    - $k > 1$ … zvětšení
- $\Delta ABC \sim \Delta KLM$: $\frac{KL}{AB} = \frac{LM}{BC} = \frac{KM}{AC} = k$ … ΔABC … vzor, ΔKLM … obraz

Geometrie v prostoru

1. Kolmý hranol

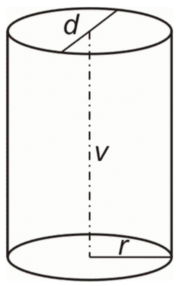
- Objem každého kolmého hranolu vypočteme jako součin obsahu podstavy a výšky kolmého hranolu $V = S_p.v$ (S_p .. obsah podstavy, v … výška hranolu)
- Povrch každého kolmého hranolu vypočteme jako součet obsahů všech jeho stěn, tj dvakrát obsah podstavy + obsah pláště $S=2S_p + S_{pl}$ (S_p .. obsah podstavy, S_{pl}… obsah pláště)
- Stěnová úhlopříčka je úsečka, která spojuje dva protější vrcholy jednotlivých stěn kolmého hranolu)hranol ABCDEFGH – stěnové úhlopříčky AC, BD, EG, FH, DG, CF, AH, DE, AF, DE, CH, DG)
- Tělesová úhlopříčka je úsečka, která spojuje dva protější vrcholy kolmého hranolu (hranol ABCDEFGH – tělesové úhlopříčky: AG, DH, CE, DF)
- Zvláštní případy:
    - Krychle: $V=a^3$ = a.a.a, $S = 6a^2$ = 6.a.a
    - Kvádr: V = abc, S=2(ab + bc + ac)



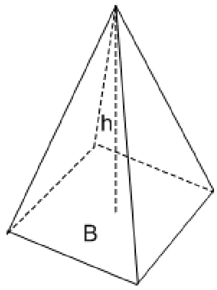


2. Válec

- Rotační těleso – vzniká rotací obdélníku kolem kolmé osy
- Objem: $V = S_p.v = \pi r^2 v$
- Povrch: $S=2S_p + S_{pl} = 2\pi r^2 + 2\pi rv = 2\pi r(r + v)$



3. **Jehlan**
    - Objem jehlanu je $1/3$ objemu kolmého hranolu $V = \frac{1}{3}\mathrm{Sp.v}$
    - Povrch jehlanu je obsah podstavy + obsah pláště
    - Jehlan – čtyřboký, trojboký (pravidelný trojboký = čtyřstěn), pětiboký, šestiboký …….



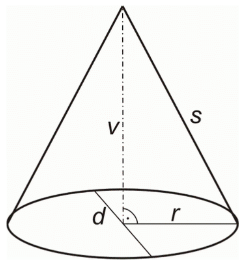
4. Kužel
    - Rotační těleso- vzniká rotací pravoúhlého trojúhelníku kolem kolmé osy
    - **Objem rotačního kuželu**

      $$V = \frac{1}{3}\pi r^2 v = \frac{1}{12}\pi d^2 v$$

    - **Povrch rotačního kuželu**

      $$S = \pi r^2 + \pi r s = \pi r(r + s)$$

    - r… poloměr podstavy, v … výška kužele, s … povrchová přímka



5. koule
    - Objem koule

      $$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{6}\pi d^3$$

    - Povrch koule

      $$S = 4\pi r^2 = \pi d^2$$

    - Obsah vrchlíku

      $$S = 2\pi r v$$

    - Objem kulové úseče

      $$V = \frac{\pi v}{6}\left(3\rho^2 + v^2\right)$$

    - Objem kulové vrstvy

      $$V = \frac{\pi v}{6}\left(3\rho_1^2 + 3\rho_2^2 + v^2\right)$$

    - Obsah kulového pásu

      $$S = 2\pi r v$$

    -

Racionální čísla

ZLOMEK je část celku nebo naznačené dělení.

$\frac{5}{6}$ čitatel

zlomková čára

jmenovatel

JMENOVATEL udává, na kolik částí je rozdělen celek

ČITATEL udává, kolik částí jsme z celku ubrali

z celku jsou ubrány 3 části (zbývají 2)

$\frac{3}{5}$

celek je rozdělen na 5 dílů (pětiny)

PRAVÝ ZLOMEK zlomek, který je menší než 1 celek

(čitatel je menší než jmenovatel) např.: $\frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{3}{15}$ atd

NEPRAVÝ ZLOMEK zlomek, který je větší než 1 celek

(čitatel je větší než jmenovatel) např.: $\frac{7}{5}, \frac{12}{7}, \frac{25}{8}$ atd.

Převod nepravých zlomků na smíšená čísla:

$\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$ Postup : 17 : 5 = 3 (zbytek 2)

Převod smíšených čísel na nepravé zlomky:

$3\frac{5}{6} = \frac{23}{6}$ Postup : 3. 6 = 18, 18 + 5 = 23

Rozšiřování zlomků

Rozšířit zlomek znamená násobit čitatele i jmenovatele stejným číslem, různým od nuly.

$\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$ (rozšířeno třemi) … **Oba zlomky (původní a rozšířený zlomek) jsou si rovny!!!**

<u>Krátit</u> zlomek znamená dělit čitatele i jmenovatele stejným číslem, různým od nuly.

$\frac{42}{36} = \frac{7}{6}$ (kráceno šesti – čitatele i jmenovatele dělíme společným dělitelem)

Zlomky krátíme až na základní tvar … je zlomek, v jehož čitateli a jmenovateli jsou nesoudělná čísla (tzn. - zlomek se nedá dál krátit)

<u>Převod zlomků na desetinná čísla</u>

Převod : čitatele dělíme jmenovatelem   např. : $\frac{27}{36}$ = 27 : 36 = 0,75

Mohou nastat dva případy :

a) dělení je ukončené (zbytek je 0)

b) dělení není ukončené

- za desetinnou čárkou se opakuje stejná číslice nebo skupina číslic, kterou nazýváme perioda
- číslo $2,\overline{5}$ = $2{,}555555555\overline{5}$

Některé zlomky se dají převést na desetinné zlomky rozšířením na desetinné zlomky

ve jmenovateli jsou čísla 2, 4, 5, 8, atd)

Např.:

$$\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0{,}75$$
$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0{,}4$$
$$\frac{7}{8} = \frac{875}{1000} = 0{,}875$$

<u>PŘEVOD DESETINNÝCH ČÍSEL NA ZLOMKY</u>

0,24 = $\frac{24}{100} = \frac{6}{25}$ 0,6 = $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ **Desetinné číslo převedeme na desetinné zlomky** .

Uspořádání a porovnávání zlomků

VĚTŠÍ JE TEN ZLOMEK, KTERÝ JE NA ČÍSELNÉ OSE DÁL VPRAVO

a) kladný a záporný zlomek

$\frac{5}{6} \rangle -\frac{8}{15}$ kladný zlomek je vždy větší

b) dva kladné zlomky

pravý a nepravý zlomek: $\frac{5}{6} \langle \frac{15}{8}$ ………… nepravý zlomek je větší

Obecně : zlomky můžeme převést na společného jmenovatele

- máme porovnat : $\frac{5}{6} a \frac{7}{8}$
- převedeme na spol.jmenovatele: $\frac{20}{24} a \frac{21}{24}$ (větší je druhý zlomek, proto platí : $\frac{5}{6} \langle \frac{7}{8}$)

c) dva záporné zlomky

$-\frac{5}{8} a -\frac{7}{12}$ převedeme na spol. jmenovatele

a dostaneme : $-\frac{15}{24} a -\frac{14}{24}$ větší je ten zlomek, který je blíž k 0 na číselné ose

d) uspořádání řady zlomků :

* vzestupně - od nejmenšího k největšímu

* sestupně - od největšího k nejmenšímu

Postup obecně : zlomky převedeme na společného jmenovatele

Početní operace se zlomky

1. Součet a rozdíl

Zlomky se stejným jmenovatelem (jmenovatele opíšeme, čitatele sečteme)

$$\frac{2}{6} + \frac{5}{6} + \frac{9}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

Zlomky s různým jmenovatelem : (zlomky převedeme na společného jmenovatele- t.zn. najdeme nejmenší společný násobek jmenovatelů)

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{10+9}{12} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12}$$

Postup : * najdeme společný jmenovatel zlomků - t.j. nejmenší

společný násobek všech jmenovatelů (12)

* 1.zlomek rozšíříme třemi, druhý zlomek dvěma

t.zn. - prvního čitatele násobíme třemi, druhého dvěma

Součet smíšených čísel

Postup: * smíšená čísla převedeme na nepravé zlomky

* najdeme společného jmenovatele

* převedeme čitatele

* výsledný nepravý zlomek převedeme na smíšené

číslo, krátíme na základní tvar

2. Součin

Postup obecně :

- zlomek zlomkem násobíme tak, že násobíme čitatele čítatelem a jmenovatele jmenovatelem
  $$\frac{5}{6}\cdot\frac{7}{8}=\frac{35}{48}$$

- před násobením můžeme krátit

$$\frac{25}{16}\cdot\frac{12}{45}=\frac{5\cdot 3}{4\cdot 9}=\frac{5\cdot 1}{4\cdot 3}=\frac{5}{12}$$

(krátíme libovolného čitatele, proti lib. jmenovateli – čitatel a jmenovatel musí být soudělná čísla)

- **násobení smíšených čísel**
  smíšená čísla převedeme na zlomky, pak teprve násobíme

3. Podíl

Postup : Zlomek zlomkem dělíme tak, že první zlomek násobíme převráceným druhým zlomkem

$$\frac{24}{30} : \frac{16}{45} = \frac{24}{30} \cdot \frac{45}{16} = \frac{3 \cdot 9}{6 \cdot 2} = \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 2} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

SLOŽENÝ ZLOMEK

je zlomek, v jehož čitateli a jmenovateli mohou být celá čísla, zlomky, početní operace s celými čísly nebo zlomky atd.

$$\frac{\frac{5}{6}}{\frac{7}{8}}$$

hlavní zlomková čára

Převod složeného zlomku na jednoduchý

1.způsob: $\dfrac{\frac{5}{6}}{\frac{7}{8}} = \frac{5}{6} : \frac{7}{8} = \frac{5}{6} \cdot \frac{8}{7} = \frac{5 \cdot 4}{3 \cdot 7} = \frac{20}{21}$

Složený zlomek převedeme na dělení jednoduchých zlomků

2. způsob : $\dfrac{\frac{5}{6}}{\frac{7}{8}} = \frac{5 \cdot 8}{6 \cdot 7} = \frac{5 \cdot 4}{3 \cdot 7} = \frac{20}{21}$

Součin vnějších čísel lomíme součinem čísel vnitřních

NÁSOBENÍ A DĚLENÍ KLADNÝCH A ZÁPORNÝCH ZLOMKŮ

$$-\frac{5}{8} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = +\frac{15}{32}$$

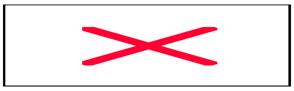
$$\frac{5}{8} \cdot \left(-\frac{12}{45}\right) = -\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 9} = -\frac{3}{18} = -\frac{1}{6}$$

* určíme znaménko - podle pravidla o násobení a dělení racionálních čísel

+ . + = +	+ : + = +	- . + = -	- : + = -
+ . - = -	+ : - = -	- . - = +	- : - = +

<u>VÝPOČET ČÁSTI Z CELKU</u>

Z (něčeho) znamená v matematice krát



$\frac{7}{8} z \frac{9}{10} \ldots\ldots \frac{7}{8} \cdot \frac{9}{10} = \frac{63}{80}$

Mocniny a odmocniny

Důležité : ***<u>Součin dvou a více činitelů umocníme tak, že umocníme každého činitele zvlášť.</u>***

Obecně : $\mathbf{(a . b)^2 = a^2}$

- **použití při určování druhé mocniny čísel desetinných a přirozených větších než 1 000**

<u>Druhá mocnina</u>

$\mathbf{a.a = a^2}$ $\mathbf{x^2 = x . x}$ **a, x ……….. je základ mocniny**

2 ………..je exponent (mocnitel)

<u>Druhá mocnina přirozených čísel :</u>

1^2 = 1, 2^2= 4, 11^2= 121 **35^2 = 1225 (4.3 = 12, k tomu 25)**

12^2= 144 **45^2 = 2025 (5.4 = 25, k tomu 25)**

13^2= 169 **(1.číslici násobíme č. o jednu větší**

14^2= 196 **za výsledek připíšeme 25)**

15^2= 225

<u>Druhá mocnina celých čísel :</u>

$(-2)^2 = +4$

Pozor: **$-2^2 = -4$**

Platí pravidlo : druhá mocnina záporného čísla je číslo kladné

<u>Druhá mocnina desetinného čísla:</u>

0,422 = $(42 \,.\, 0{,}01)^2 = 42^2 \,.\, 0{,}01^2$ = 1764 . 0,0001 = 0,1764

1,82 = 3,24

1 des. místo .... 2 desetinná místa

2 des. místa .... 4 des místa

Druhá mocnina des. čísla má ve výsledku dvoinásobek desetinnvch míst.

Čísla, které mají více číslic, musíme zaokrouhlit na 3 platné číslice.

Např.: 1,44582 zaokrouhlíme na $1{,}45^2 = (145 \,.\, 0{,}01)^2 = 145^2 \,.\, 0{,}01^2 = 21025 \,.\, 0{,}0001 = 2{,}1025$

Potom najdeme v tabulkách druhou mocninu příslušného přirozeného čísla, oddělíme příslušný počet desetinných míst

Druhá mocnina zlomku :

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$$

Umocníme čitatele a jmenovatele zvlášť

Druhá odmocnina

Důležité :

- ***Součin několika činitelů odmocníme tak, že odmocníme každého činitele zvlášť.***

a) Druhá odmocnina přirozeného čísla

$\sqrt{49} = 7$

(+7 a –7) protože 7^2 = 49 a $(-7)^2$ = 49

(zatím budeme používat pouze kladný výsledek)

$\sqrt{0 = 0}, \sqrt{1 = 1}, \textit{protože} 0$

Je nutná pamětní znalost druhých odmocnin přirozených čísel:

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225

Druhou odmocninu přirozeného čísla od 1 do 999 najdeme v tabulkách.

Druhá odmocnina přirozeného čísla většího než 1 000 :

$\sqrt{100} = 10$

$\sqrt{10000} = 100$

$\sqrt{100000} = 1000$

Každé číslo větší než 1 000 pod odmocninou

rozložíme na součin nejvýše trojcif.čísla a násobku 10

(t.zn., že musíme zaokrouhlovat na stovky, na desetitisíce,...)

$$\sqrt{52435} = \sqrt{52400} = \sqrt{524.100} = 22{,}89.10 = 228{,}9$$

b) POZOR !

DRUHÁ ODMOCNINA ZÁPORNÉHO ČÍSLA NENÍ DEFINOVÁNA

c) Druhá odmocnina desetinného čísla :

$$\sqrt{0{,}01} = 0{,}1$$
$$\sqrt{0{,}0001} = 0{,}01$$
$$\sqrt{0{,}000001} = 0{,}01$$

Každé desetinné číslo pod odmocninou musí mít sudý počet desetinných míst.
Pokud nemá,musíme buď zaokrouhlit nebo přidat nulu.

$$\sqrt{0{,}7653} = \sqrt{0{,}77} = \sqrt{77 \cdot 0{,}01} = \sqrt{77} \cdot \sqrt{0{,}01} = 8{,}77 \cdot 0{,}1 = 0{,}877$$

- desetinné číslo pod odmocninou je rozloženo na součin odpovídajícího přirozeného čísla a čísla 0,01
- protože druhou odmocninu čísla 7563 nenajdeme v tabulkách (tam jsou pouze čísla trojciferná), musíme číslo pod odmocninou zaokrouhlit ne na 4 desetinná místa, ale pouze na dvě - sudý počet)

d) Druhá odmocnina zlomku : Odmocninu čitatele lomíme odmocninou jmenovatele

Rozklady algebraických výrazů

VYTÝKÁNÍ :

vytýkání jednočlenu

……. $6x^2y - 12\,xy^3z^2 = \underline{6xy\,.\,(x - 2y^2z^2)}$

- vytkneme společného dělitele před závorku … 6xy
- každý člen původního dvojčlenu dělíme jednočlenem 6xy
- výsledky dělení zapisujeme do závorky
- zkoušku provedeme násobením

vytýkání dvojčlenu

* $5x\,.\,(y - 5) - 10\,y\,.\,(y - 5)$ …………vytkneme celý dvojčlen

$= (y - 5).\,(5x - 10y) = (y - 5).\,5.\,(x - 2y) =$ … z dvojčl. 5x – 10 y vytkneme 5

$= \underline{5\,.\,(y - 5)\,.\,(x - 2y)}$ ……………………..součin upravíme

další varianty :

* $y\,.\,(2x - 1) + (1 - 2x) = y\,.\,(2x - 1) - (2x - 1) =$

$= \underline{(2x - 1)\,.\,(y - 1)}$

- ve druhé závorce vytkneme č. –1, tím se změní znaménko před závorkou
  $y\,.\,(2x - 1) + (-1)\,.\,(-1 + 2x)$

* $6ab.(2b - 3a) - 3a + 2b$ ……upravíme na :

$= 6ab.\,(2b - 3a) + (2b - 3a)$ …….. přičteme zbytek členů

$= (2b - 3a)\,.\,(6ab + 1)$

* $9x^2.\,(4y - 5) - 4y + 5$ ………. upravíme na

$= 9x^2\,.\,(4y - 5) + (-4y + 5)$ ………přičteme zbytek členů v závorce

$= 9x^2\,.\,(4y - 5) - (4y - 5)$ ……………….vytkneme (-1)

$= (4y - 5)\,.\,(9\,x^2 - 1)$ ……………………vytkneme dvojčlen (4y – 1)

$= (4y-5).(3x-1).(3x+1)$ ………. rozklad podle vzorce

postupné vytýkání :

$m^3 - m^2n - mn^2 + n^3 =$ ……………*k prvním dvěma členům přičteme další dva členy*

$= (m^3 - m^2 n) + (-mn^2 + n^3) =$ ……….. *ze skupin vytýkáme jednočleny**

$= m^2 . (m-n) + n^2 . (-m+n) =$ ……… *ve druhé závorce vytkneme (-1)*

$= m^2 . (m-n) - n^2 . (m-n) =$ …….*vytkneme celý dvojčlen m - n*

$= (m-n) . (m^2 - n^2) =$ … *dvojčlen $m^2 - n^2$ rozložíme podle vzorce*

$= (m-n) . (m-n) . (m+n)$ .. *úplný rozklad na součin*

* můžeme vytknout rovnou $-n^2$

ROZKLAD PODLE VZORCE

$$\boxed{A^2 - B^2 = (A-B).(A+B)}$$

$16 - x^2 = (4-x).(4+x)$

$16 - (x-1)^2 = [4-(x-1)].[4+(x-1)] =$

$= (4-x+1).(4+x-1) =$

$= (5-x).(3+x)$

$(x-1)^2 - 16 = [(x-1)-4].[(x-1)+4] =$

$= (x - 1 - 4) . (x - 1 + 4) =$

$= (x - 5) . (x + 3)$

$(x - 1)^2 - (x + 2)^2 =$

$=[(x - 1) - (x + 2)] . [(x - 1) + (x + 2)]$ **atd. dále upravit**

$$\boxed{A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2 = (A + B) .(A - B)}$$

$4a^2 - 8a + 1 = (2a - 1)^2 = (2a - 1) . (2a - 1)$

…….. odmocníme 1. a 3. člen, znaménko se řídí podle znaménka u prostředního čl. trojčlenu

$$\boxed{\begin{aligned} A^3 - B^3 &= (A - B) . (A^2 + AB + B^2) \\ A^3 + B^3 &= (A + B) . (A^2 + AB + B^2) \end{aligned}}$$

ROZKLAD KVADRATICKÉHO TROJČLENU :

$x^2 - 9 x + 20 = (x - 4). (x - 5)$

$- 4 - 5 = -9 \qquad -4 . (-5) = + 20$

Poměr

3 : 5 - např. 3 díly ku 5. dílům

porovnání poměrem (podílem)

3 – první člen poměru

5 – druhý člen poměru

Rozšiřování poměru

Rozšířit poměr znamená násobit oba členy poměru stejným číslem, různým od nuly

Např. : rozšiř pěti poměr 7 : 8

35 : 4

Rozšiřování používáme nejvíce u poměru s desetinnými čísly - např. : 5,2 : 10 je po rozšíření deseti 52 : 100

0,48 : 3,2 je po rozšíření stem 48 : 320

Krácení poměru

Krátit poměr znamená dělit oba členy poměru stejným číslem,různým od nuly.

Krátíme až na základní tvar poměru.

Základní tvar poměru – oba členy jsou nesoudělná čísla

(poměr se nedá dál krátit)

Zkrať dané poměry na základní tvar :

56 : 42 .. krátíme 8	0,25 : 10
8 : 6 ... krátíme 2	25 : 100
4 : 3 .. základní tvar poměru	1 : 4

Převrácený poměr - k poměru 3 : 5 je poměr 5 : 3

Příklady

a) krácení a rozšiřování poměru

b) výpočty jednotlivých částí :

např. : Částku 2000 Kč rozděl na 2 části v poměru 3 :2

- t. zn. na (3 + 2)= 5 dílů
- 1 díl : 2000 : 5 = 400
- 2 díly : 400 .2 = 800
- 3 díly : 400 . 3 = 1 200

např. : 2 částky jsou v poměru 5 : 9, větší má hodnotu 450 Kč, kolik Kč je druhá částka ?

450 Kč je 9 částí (patří k 9. Dílům)

1 část je 500 Kč

5 částí je 2 500 Kč

POSTUPNÝ POMĚR je poměr více členů

Např.: 5 :6 : 8

(počítá se s ním jako s poměrem dvou veličin)

Změna v daném poměru – zvětšování a zmenšování čísel v daném poměru

.. je násobení daného čísla zlomkem poměru

Zvětšování – zlomkem nepravým

(v čitateli je větší číslo)

Zmenšování – zlomkem pravým

(v čitateli je menší číslo)